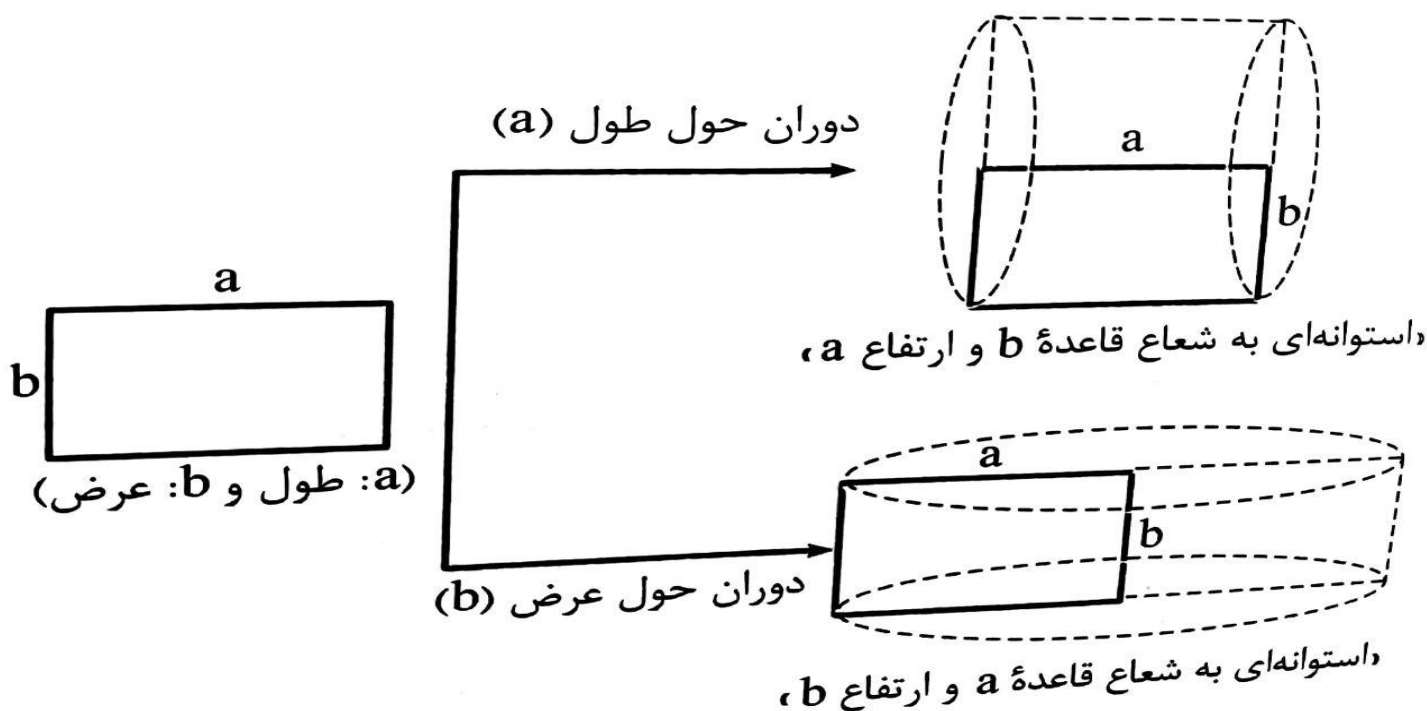


سطح و حجم

دوران

اگر مستطیلی را حول طول یا عرض آن دوران دهیم، یک استوانه تولید می شود



اگر مستطیل را حول طول دوران دهیم :

$$\text{طول} = h = \text{ارتفاع} , \quad \text{عرض} = r = \text{شعاع قاعده}$$

اگر مستطیل را حول عرض آن دوران دهیم :

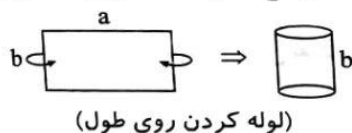
$$\text{عرض} = h = \text{ارتفاع} , \quad \text{طول} = r = \text{شعاع قاعده}$$

ایجاد حجم به وسیله لوله کردن

اگر یک مستطیل را از روی طول یا عرض آن لوله کنیم ، به استوانه تبدیل خواهد شد

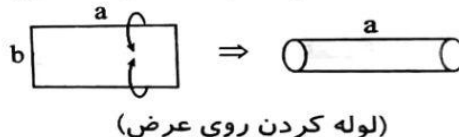
محیط قاعده استوانه = طول مستطیل

ارتفاع استوانه = عرض مستطیل



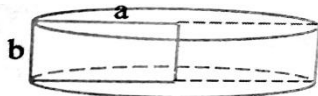
محیط قاعده استوانه = عرض مستطیل

ارتفاع استوانه = طول مستطیل

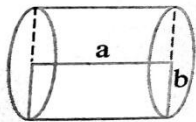


مثال: اگر مستطیلی به ابعاد a و b داشته باشیم ، نسبت حجم به وجود آمده از دوران آن حول عرض به حجم به دست آمده از دوران آن حول طول را به دست آورید؟

پاسخ :



دوران مستطیل حول عرض آن (۱)



دوران مستطیل حول طول آن (۲)

دوران مستطیل حول عرض آن \rightarrow قاعده $s = \pi \times r \times r = \pi \times a \times a$

$$v_1 = \text{قاعده } s \times h = \pi \times a \times a \times b$$

دوران مستطیل حول طول آن \rightarrow قاعده $s = \pi \times r \times r = \pi \times b \times b$

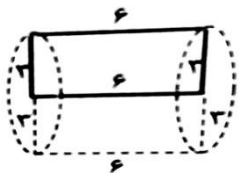
$$v_2 = \text{قاعده } s \times h = \pi \times b \times b \times a$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\pi \times a \times a \times b}{\pi \times b \times b \times a} = \frac{a}{b} = \frac{\text{طول}}{\text{عرض}}$$

مثال: مستطیلی به طول ۶ و عرض ۳ را حول طول آن دوران می دهیم ، مساحت کل شکل حاصل

را به دست آورید؟

پاسخ:

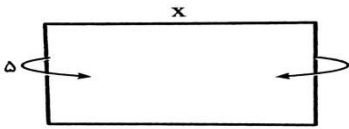


طول $= h = 6$ ارتفاع ، عرض $= r = 3$ شعاع قاعده

$$s_{\text{قاعده}} = 2 \times 3 \times 3 \times \pi = 18\pi \quad , \quad s_{\text{جانبی}} = 6 \times \pi \times 6 = 36\pi$$

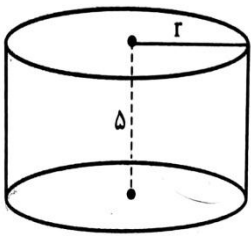
$$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + s_{\text{قاعده}} = 18\pi + 36\pi = 54\pi$$

مثال : تکه ای مقوا به شکل مستطیل به طول x و عرض ۵ را مطابق شکل زیر طوری لوله می کنیم تا بزرگترین استوانه ممکن تولید شود. اگر مساحت قاعده این استوانه برابر ۲۵π باشد . حاصل جمع مساحت جانبی این استوانه و مساحت مستطیل را به دست آورید.



پاسخ:

بعد از لوله کردن مستطیل شکل زیر حاصل می شود



$$s = ۲۵\pi = \pi \times r \times r \rightarrow r \times r = ۲۵ \rightarrow r = ۵$$

با توجه به اینکه طول مستطیل = محیط قاعده استوانه

$$x = ۲\pi r = ۲ \times \pi \times ۵ \rightarrow x = ۱۰\pi$$

$$s = p \times h = ۱۰\pi \times ۵ = ۵۰\pi \quad , \quad \text{مساحت مستطیل} = x \times ۵ = ۱۰\pi \times ۵ = ۵۰\pi$$

$$\text{مجموع} = ۵۰\pi + ۵۰\pi = ۱۰۰\pi$$