

عبارت جبری: عبارتی است که از اعداد و متغیر (حروف انگلیسی) تشکیل شده است.

یک جمله ای: عبارت جبری که از دو قسمت تشکیل شده است (متغیر و عدد) و بین آن ها علامتی نباشد. (ضرب است)

@riaziat789

مانند: $\frac{a}{3}$ و $-4xy$

نکته: فرم کلی یک جمله ای به صورت ax^n است که a عدد حقیقی و x متغیر و n عدد حسابی است.

نکته: هر عدد حقیقی به تنهایی یک جمله ای است. چون می توان برای عدد متغیری با توان صفر اختیار کرد.

نکته: اگر در عبارتی حروف زیر رادیکال یا حروف در مخرج یا حروف داخل قدر مطلق یا حروف در توان داشته باشند. آن عبارت یک جمله ای نیست.

مثال: کدام عبارت یک جمله ای است.

دو جمله دارد

$$|x| \text{ و } \left(\frac{3}{2}\right) \text{ و } ab^{-2} \text{ و } \sqrt{x} \text{ و } 4a+2 \text{ و } \sqrt{3xy^2}$$

درجه یک جمله ای: توان متغیر را درجه آن یک جمله ای می گویند.

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

یک جمله ای	ضریب	درجه نسبت به x	درجه نسبت به y	درجه نسبت به کل متغیرها
$-\frac{x^2y^3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	3	$3+2=5$
$\sqrt{2x}$		1	0	1

یک جمله ای متشابه: یک جمله ای که متغیر و توان هر متغیر کاملاً مثل هم باشند.

مانند: $(4xy \text{ و } -3yx)$ متشابه اند ولی $(-5a^2b \text{ و } 3ab^2)$ نا متشابه هستند.

جمع و تفریق یک جمله ای های متشابه: ضرایب یک جمله ای را با هم جمع و تفریق می کنیم و متغیرها را کنار آن ها می نویسیم.

مثال: عبارت جبری مقابل را ساده کنید.

$$\underline{-5ab} + \underline{b} - \underline{6} + \underline{3ab} + \underline{2b} - \underline{8b} = -2ab - 5b - 6$$

ضرب و تقسیم یک جمله ای: در ضرب، ضرایب در هم و متغیرها در هم ضرب می شود و در تقسیم، ضرایب بر هم و متغیرها بر هم تقسیم می شوند.

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$3a(-4ab - c) = -12a^2b - 3ac \quad \frac{24x^3y^3z}{3xyz} = 8xy^2$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

مثال: عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$-6x^2 + 5x(x - 2y) + 8xy = \underline{-6x^2} + \underline{5x^2} - \underline{10xy} + \underline{8xy} = -x^2 - 2xy$$

درجه چند جمله ای: بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر را در نظر می گیریم.

مثال: درجه نسبت به متغیر x در چند جمله ای $x - 3xy + 2(x^2)y^2 - \sqrt{5}x^2y^3z$ چند است؟ درجه x برابر ۳ است.

مثال: چند جمله ای زیر را نسبت به توان های نزولی a (از بزرگ به کوچک) مرتب کنید.

$$a^2b - 3 + 2a^2b^2 - 5ab = 2a^2b^2 + a^2b - 5ab - 3$$

اتحاد جبری: اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که با ازای تمام مقادیر دلخواه برای متغیرها مقدار یکسانی داشته باشد به تساوی جبری آن ها اتحاد می گویند.

مثال: آیا $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ یک اتحاد است؟ چرا؟ به ازای مقادیر دلخواه امتحان می کنیم اگر دو طرف تساوی یکی شد این تساوی یک اتحاد است.

$$\begin{cases} x = -4 \Rightarrow (-4 - 2)^2 = (-4)^2 - 4(-4) + 4 \Rightarrow 36 = 36 \\ x = 5 \Rightarrow (5 - 2)^2 = 5^2 - 4(5) + 4 \Rightarrow 9 = 9 \end{cases}$$

@riaziat789

$$\begin{cases} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases} \quad \text{اتحاد مربع دو جمله ای: الف) جبری}$$

ب) کلامی: $(\text{جمله دوم})^2 + \text{دو برابر جمله اول در جمله دوم} + (\text{جمله اول})^2 = (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2$

مثال: حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 2b)^2 = a^2 + 2(a)(-2b) + (-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$(xy + 3)^2 = (xy)^2 + 2(xy)(3) + 3^2 = x^2y^2 + 6xy + 9$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد مزدوج: الف) جبری}$$

ب) کلامی: $(\text{جمله دوم} - \text{جمله اول})(\text{جمله دوم} + \text{جمله اول}) = (\text{جمله اول})^2 - (\text{جمله دوم})^2$

مثال: حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 3b)(a + 3b) = a^2 - (3b)^2 = a^2 - 9b^2$$

$$\left(2x + \frac{y}{2}\right)\left(2x - \frac{y}{2}\right) = (2x)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4x^2 - \frac{y^2}{4}$$

درسنامه و نکات کلیدی

فصل پنجم

پایه نهم

مسعود زیر کاری

(عبارت های جبری)

ناحیه یک زاهدان

اتحاد جمله مشترک : الف) جبری :

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

ب) کلامی : (حاصل ضرب جملات غیر مشترک) + (جمله مشترک) + (مجموع جملات غیر مشترک) + (جمله مشترک)

مثال : حاصل عبارت جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(2a - 3)(2a + 4) = (2a)^2 + (-3 + 4)(2a) + (-3 \times 4) = 4a^2 + 2a - 12$$

تجزیه عبارت جبری : نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل ضرب چند عبارت دیگر را تجزیه می گویند.

روش های تجزیه : الف) فاکتور گیری

ب) با استفاده از اتحادها

@riaziat789

فاکتور گیری : برای فاکتور گیری مراحل زیر را انجام می دهیم :

۱) (ب.م.م) ضرایب را تعیین می کنیم

۲) حروف مشترک با توان کمتر را انتخاب می کنیم

۳) (ب.م.م) و حروف مشترک را به عنوان فاکتور می گیریم

۴) تمام جملات را بر عامل فاکتور تقسیم کرده و جواب را داخل پرانتز می نویسیم

مثال : عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$18xy - 12y = 6y(3x - 2)$$

حروف مشترک (ب.م.م) اعداد

$$16a^2b + 4ab^2 - 8ab = 4ab(4a + b - 2)$$

تجزیه به کمک اتحاد مربع : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق داشته باشند

۳) در جمله ی دوم دو برابر حاصل ضرب جمله اول و سوم وجود داشته باشد

$$a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$$

جذر a 3

$$4x^2 + 4xy^2 + y^4 = (2x + y^2)^2$$

مثال : عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

۲) جمله سوم جذر دقیق نداشته باشد

۳) ضریب متغیر حاصل جمع و عدد ثابت حاصل ضرب دو عدد را نشان می دهد

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

جذر x

ضرب دو عدد جمع دو عدد

$$x^2 - 11x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

مثال : عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

ضرب دو عدد جمع دو عدد

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل پنجم

(عبارت های جبری)

پایه نهم

ناحیه یک زاهدان

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج: (۱) تعداد جملات ۲ جمله باشد

(۲) جملات اول و دوم جذر دقیق داشته باشند

(۳) بین جملات علامت منفی باشد

$$\begin{array}{c}
 a \quad 5 \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{جذر} \\
 a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)
 \end{array}$$

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{array}{c}
 x^2 \quad 3 \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 x^4 - 9 = (x^2 - 3)(x^2 + 3)
 \end{array}$$

نا برابری ها (نامساوی ها): هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، به طوری که $a > b$ ، در این صورت یک عدد حقیقی مثبت مانند p وجود دارد به طوری که: $a = b + p$

@riaziat789

مثال: با توجه به هر تساوی داده شده، یک نابرابری بنویسید.

الف) $a = b + 6 \Rightarrow a > b$

ب) $x - y = -4 \Rightarrow y = x + 4 \Rightarrow y > x$

نکته: هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، یکی از سه حالت زیر برای این دو عدد وجود دارد:

الف) a بزرگتر از b است: $(a > b)$ ب) a کوچکتر از b است: $(a < b)$ ج) a مساوی با b است: $a = b$

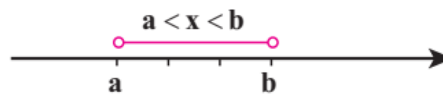
a بزرگتر یا مساوی صفر

نکته: اگر عدد حقیقی a منفی نباشد، یعنی عدد a یا مثبت $(a > 0)$ یا صفر $(a = 0)$ است، و به صورت $(a \geq 0)$ می نویسیم.

a کوچکتر یا مساوی صفر

نکته: اگر عدد حقیقی a مثبت نباشد، یعنی عدد a یا منفی $(a < 0)$ یا صفر $(a = 0)$ است، و به صورت $(a \leq 0)$ می نویسیم.

نکته: هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، به طوری که a کمتر از b نباشد، در این صورت: $(a > b \text{ یا } a = b \Rightarrow a \geq b)$



مثال: با توجه به محور داده شده، یک نابرابری بنویسید.

نکته: برای سه عدد حقیقی a و b و x به طوری که عدد دلخواه x بین a و b و $(a < b)$ باشد. می نویسیم: $a < x < b$

خواص نابرابری ها (نامساوی ها):

(۱) اگر به طرفین یک نامساوی عددی مانند c اضافه یا کم شود جهت نابرابری عوض نمی شود:

$a < b \Rightarrow a + c < b + c$ و $a < b \Rightarrow a - c < b - c$

$$4 < 5 \Rightarrow 4 + 3 < 5 + 3 \\
 \underbrace{\hspace{10em}} \\
 7 < 8$$

$$4 < 5 \Rightarrow 4 - 3 < 5 - 3 \\
 \underbrace{\hspace{10em}} \\
 1 < 2$$

مثال:

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل پنجم

(عبارت های جبری)

پایه نهم

ناحیه یک زاهدان

(۲) اگر طرفین یک نامساوی در عددی مثبت مانند c ضرب یا تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض نمی شود :

$$a > b \xrightarrow{c > 0} a \times c > b \times c \quad \text{و} \quad a > b \xrightarrow{c > 0} \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

$$6 > 4 \Rightarrow \underbrace{6 \times 2}_{12} > \underbrace{4 \times 2}_8$$

$$6 > 4 \Rightarrow \underbrace{\frac{6}{2}}_3 > \underbrace{\frac{4}{2}}_2$$

مثال :

(۳) اگر طرفین یک نامساوی در عدد منفی مانند c ضرب یا تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض می شود :

$$a < b \xrightarrow{c < 0} a \times c > b \times c \quad \text{و} \quad a < b \xrightarrow{c < 0} \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

$$2 < 4 \Rightarrow \underbrace{2 \times (-2)}_{-4} > \underbrace{4 \times (-2)}_{-8}$$

$$2 < 4 \Rightarrow \underbrace{\frac{2}{(-2)}}_{-1} > \underbrace{\frac{4}{(-2)}}_{-2}$$

مثال :

نامعادله : اگر یک نابرابری شامل متغیر باشد ، به آن نامعادله می گویند. جواب های نامعادله مقادیری از متغیر هستند که به ازای

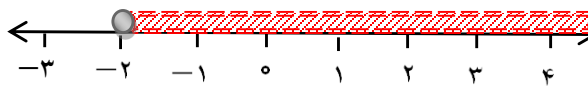
آن ها ، نامساوی برقرار است. همه ی جواب های نامعادله مجموعه جواب آن گفته می شود.

حل نامعادله : همانند یک معادله حل می شود با این تفاوت که اگر در آخر نامعادله ضریب مجهول عدد منفی باشد جهت نامعادله عوض می شود.

مثال : مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورده و آن ها را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$4(x-1) \leq 5x-2 \Rightarrow 4x-4 \leq 5x-2 \Rightarrow 4x-5x \leq 4-2 \Rightarrow -x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$$

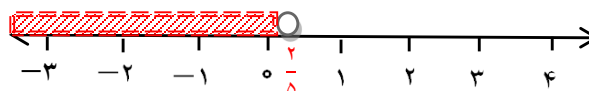
$$\text{مجموعه جواب } A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$$



طرفین در ۲ ضرب

$$x^2 + \frac{x}{2} < (x-1)^2 \Rightarrow \cancel{x^2} + \frac{x}{2} < \cancel{x^2} - 2x + 1 \Rightarrow \frac{x}{2} + 2x < 1 \Rightarrow x + 4x < 2 \Rightarrow 5x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{5}$$

$$\text{مجموعه جواب } B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{2}{5}\right\}$$



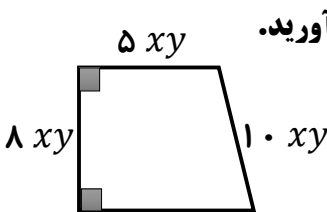
نکته : در مسایل مربوط به نابرابری به جای کلمه حداکثر از علامت \leq و به جای کلمه حداقل از علامت \geq استفاده می کنیم.

@riaziat789

مثال : عبارت های کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید :

(الف) "مجموع دو برابر عددی با قرینه سه برابر عدد دیگر حداکثر ۹- است." $2x + (-3y) \leq -9$

(ب) "از پنج برابری عدد سه واحد کم کرده ایم حاصل حداقل ثلث آن عدد شده است." $5x - 3 \geq \frac{x}{3}$

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات												
۱	عبارت های زیر را به ساده ترین صورت بنویسید. الف) $8a^2 + 6a(2a - b) - 10ab$ ب) $(-3x)^3(-5y)^2 + \left(\frac{1}{3}y\right)^2(-3x)^3$	۷	اگر $A = 3 - 2x^2 + 5x$ و $B = x - 1$ باشد: الف) عبارت A را به صورت استاندارد بنویسید. ب) حاصل $A - 2B$ را به دست آورید.												
۲	جدول زیر را کامل کنید. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>عبارت</th> <th>ضریب</th> <th>درجه x</th> <th>درجه کل</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$3x^2yz^3$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{xz^2}{5}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	عبارت	ضریب	درجه x	درجه کل	$3x^2yz^3$				$\frac{xz^2}{5}$				۸	الف) اگر $3a - 3b = 4$ باشد، در این صورت $a \square b$ ب) علامت عددهای حقیقی a و b و c را طوری تعیین کنید که نابرابری $\frac{a^2}{bc} > 0$ برقرار باشد.
عبارت	ضریب	درجه x	درجه کل												
$3x^2yz^3$															
$\frac{xz^2}{5}$															
۳	حاصل را به کمک اتحاد به دست آورید. الف) $999^2 =$ ب) $97 \times 103 =$ ج) $55.0^2 - 45.0^2 =$	۹	کدام یک از تساوی های زیر اتحاد است؟ چرا؟ الف) $x(x^2 + 1) = x^3 + x$ ب) $2a - 6 = 6 - 2a$												
۴	نامعادله های زیر را حل و مجموعه جواب را روی محور نشان دهید. الف) $-5x + 6 > 10 - 3x$ ب) $\frac{x - 3}{2} \leq \frac{x + 1}{3}$	۱۰	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) $(3x - 2)(3x + \dots) = \dots - 4$ ب) $(\dots + 3x)^2 = 4 + \dots + 9x^2$												
۵	عبارت های زیر به صورت کلامی بنویسید: الف) از سه برابر عددی ۹ واحد کم کنیم حداقل ۵ می شود. ب) اختلاف دو عدد حداکثر ۱۵ است.	۱۱	مساحت شکل زیر را به دست آورید. 												
۶	حاصل هر عبارت را به کمک اتحاد به دست آورید. الف) $(2a + 2)^2 =$ ب) $(\sqrt{2}x - 1)(\sqrt{2}x + 1) =$ ج) $(a + 3)(a - 4) =$	۱۲	عبارت های زیر را تجزیه کنید. الف) $x^2 - 2x - 8 =$ ب) $9a^3 - 16a =$ ج) $x^2 - x + \frac{1}{4} =$												

الف) $-10ab + 12a^2 - 4ab + 14a^2 = -14ab + 20a^2$ (1)

ب) $(-2x)^3(-5y)^3 + (\frac{1}{3}y)^3(-3x)^3 = -200x^3y^3 - 3x^3y^3 = -203x^3y^3$

@riaziat789

عبارت	ضریب	درج x	درج کل
$3x^2yz^3$	3	2	2+1+3=6
xz^2	$\frac{1}{5}$	1	1+2=3

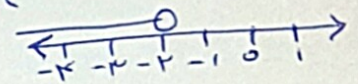
الف) $(1000-1)^2 = 1000^2 + 2(1000)(-1) + (-1)^2 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$ (2)

ب) $(100-3)(100+3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$

ج) $(550-450)(550+450) = 100 \times 1000 = 100000$ (3)

الف) $-5x + 3x > 10 - 6 \Rightarrow -2x > 4 \Rightarrow x < -2$ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$ (4)

ب) $\frac{x-3}{2} \leq \frac{x+1}{3} \Rightarrow 3x-9 \leq 2x+2 \Rightarrow x \leq 11$
 B = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 11\}$



الف) $x - y \leq 15$

الف) $3x - 9 \geq 5$ (5)

الف) $(2a)^2 + 2(2a)(2) + 2^2 = 4a^2 + 8a + 4$ (اتحاد مربع درجه اول) (6)

ب) $(\sqrt{3}x)^2 - (1)^2 = 3x^2 - 1$ (اتحاد مزدوج)

ج) $a^2 + (3-4)(a) + (3x-4) = a^2 - a - 12$ (آمار جمله مشترک)

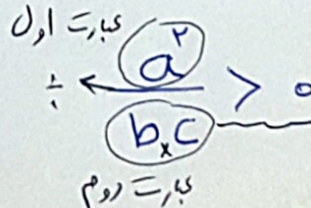
الف) استنادار یعنی درجه نزدیکی و از درجه بزرگتر، کوچکتر است شود!

$A = -2x^2 + 5x + 3$

ب) $A - 2B = (-2x^2 + 5x + 3) - 2(x-1) = -2x^2 + 3x + 5$

الف) $2a - 3b = 4 \Rightarrow 2(a-b) = 4 \Rightarrow a-b = 2 \Rightarrow a = b + 2$ (الف) (7)

$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases} = \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$



حاصل مثبت
 یا هر دو مثبت است
 یا هر دو منفی است

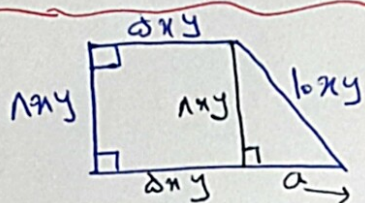
9) تساوی جبری اتحاد است که از این تم مقادیر دلخواه همواره درست باشد:

الف) اتحاد است: $x = -2 \Rightarrow -2 \left(\frac{(-2)^2 + 1}{5} \right) = \frac{(-2)^3 + (-2)}{-10} \Rightarrow -10 = -10$

ب) اتحاد نیست: $x = 5 \Rightarrow \frac{2(5) - 2}{10} = \frac{4 - 2(5)}{-4} \Rightarrow 4 \neq -4$
 نکته: مقادیر یک اتحاد نیست.

10) (اتحاد مزدوج) $(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 - 4$ الف)

ب) (اتحاد مربع دو جمله‌ای) $(2 + 3x)^2 = 4 + 12x + 9x^2$



ارتفاع \times (مجموع دو پایه) $\div 2 = S$ مساحت ترازو

$16^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

ابطال مشترک: $a = \sqrt{36} = 6$
 $a = 4xy$

$S = \frac{(5xy + 11xy) \times 10xy}{2} = 42x^2y^2$

بزرگترین $b = 5xy + 4xy = 9xy$

الف) $x^2 - 2x - 1 = (x - 4)(x + 2)$
 ضرب در عدد صحیح در عدد صحیح

$\Rightarrow 9a^3 - 14a = a(9a^2 - 14) = a(3a - 4)(3a + 4)$
 فاکتور اعداد زوج

ج) $x^2 - 1x + \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$
 ضرب در عدد صحیح در عدد صحیح

زیرکارس

@riaziat789